6 Übungsaufgaben zum 18. Dezember 2020

6.1 Aufgaben, zu deren Lösung nur die Mittel der neuen Theorie zugelassen sind

Aufgabe 6.1

Sehnen eines Kreises

Wir gehen von der folgenden Definition aus:

Definition 6.1

Kreis
M sei ein Punkt der Ebene ε, r sei eine positive reelle Zahl. Unter dem Kreis k mit dem Radius r uind dem Mittelpunkt M versteht man die folgende Punktmenge:

$$\{P|\ |PM| = r, P \in \varepsilon\}$$

Definieren Sie die Begriffe

a) *Sehne und*

b) *Durchmesser*

des Kreise k. Unter Durchmessern seien in diesem Kontext bestimmte Strecken und nicht deren Längen verstanden.

Aufgabe 6.2

Vierecke

Definieren Sie die folgenden Begriffe:

a) *Vierecke $\overline{ABCD}$,*

b) *Diagonalen eines Vierecks $\overline{ABCD}$,*

Aufgabe 6.3

Eindeutigkeit des Mittelpunktes einer Strecke

Wir haben in der Vorlesung bereits die Existenz des Mittelpunktes einer Strecke bewiesen. Beweisen Sie die Eindeutigkeit des Mittelpunktes einer Strecke.

Aufgabe 6.4

Inneres eines Dreiecks

Ergänzen Sie die folgende Definition:

Definition 6.2

Dreiecke
Es seien A, B, C drei Punkte mit $\operatorname{nkoll}(A, B, C)$.

- *Unter dem Dreieck $\overline{ABC}$ versteht man die folgende Punktmenge:*
  $\overline{ABC} := \overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{AC}$.
- *Die Strecken $\overline{AB}, \overline{BC}$ und $\overline{AC}$ heißen ... des Dreiecks $\overline{ABC}$.*
- *Unter dem Inneren von $\overline{ABC}$ versteht man die folgende Punktmenge:*

$$I(\overline{ABC}) := \dots$$

Aufgabe 6.5

konvexe Mengen

Definition 6.3

konvexe Menge
Eine Punktmenge M heißt konvex $:= \forall A, B \in M : \overline{AB} \subseteq M$.

Satz 6.1

Schnittmenge konvexer Mengen
Wenn M_1 und M_2 jeweils konvexe Punktmengen sind, dann ist die Menge $M_1 \cap M_2$ ebenfalls konvex.

Beweisen Sie Satz 6.1.

Aufgabe 6.6

Es sei $\overline{ABC}$ ein Dreieck. M_A sei der Mittelpunkt von $\overline{BC}$ und A sei der Mittelpunkt von $\overline{CD}$. Beweisen Sie:

$$M_A D \cap \overline{AB} \neq \emptyset$$

Aufgabe 6.7

Halbebenen

Beweisen Sie:

a) $\{gP^+ \setminus g\} \cap \{gP^- \setminus g\} = \emptyset$

b) gP^- *ist konvex.*

6.2 Aufgaben, zu deren Lösung Ihr Schulwissen zugelassen ist

Aufgabe 6.8

Rechtecke

Es seien $\overline{AC}$ *und* $\overline{BD}$ *Durchmesser ein und desselben Kreises. Wir gehen davon aus, dass ein Parallelogramm ein Viereck mit zwei Paaren zueinander paralleler Seiten ist. Beweisen Sie, dass* $\overline{ABCD}$ *ein Parallelogramm mit einem rechten Innenwinkel ist.*

Aufgabe 6.9

alte Klausuraufgabe
a *sei die Mittelsenkrechte von* $\overline{AB}$ *und* b *sei die Mittelsenkrechte von* $\overline{BC}$*. Beweisen Sie:*

$$a \perp b \wedge \{Z\} = a \cap b \Rightarrow |\angle A, Z, C| = 180^\circ$$