Aufgabe 1: Funktionales Denken

Nr.	Aufgabe	Punkte.	
a)	Es seien M_1 und M_2 zwei nichtleere Mengen. Definieren Sie den Begriff *Kreuzprodukt* $M_1 \times M_2$. Definition: $M_1 \times M_2 :=$	1	
b)	Definieren Sie den Begriff *zweistellige Relation*.	1	
c)	Es sei $\mathcal{R}$ eine zweistellige Relation. Welche Eigenschaft hat $\mathcal{R}$, wenn gilt: $(x, y_1) \in \mathcal{R} \wedge (x, y_2) \in \mathcal{R} \Rightarrow y_1 = y_2$?	1	
d)	Es sei $\mathcal{R}$ eine zweistellige Relation auf M. Welche Eigenschaft hat $\mathcal{R}$, wenn gilt: $\forall x \in M \exists y \in M : (x, y) \in \mathcal{R}$?	1	
e)	Definieren Sie den Begriff der *Funktion*:	3	
f)	Die folgende Tabelle bezieht sich auf ein Quadrat. Frau Schultze-Kröttendörfer lässt ihre 9a die Tabelle zur Übung ohne Taschenrechner ausfüllen. <table><tr><td>a in m</td><td>10</td><td>$\frac{3}{2}$</td><td>$0,11$</td><td>20</td><td>15</td><td></td></tr><tr><td>A in m^2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>625</td></tr></table>Die Zuordnung Seitenlänge $a \rightarrow$ Flächeninhalt A ist eine Funktion. Festigt Frau Schultze-Kröttendörfer mit ihre Übung eher die Idee des statischen Funktionsbegriffs oder spielt eher der dynamischen Aspekt von Funktionen in dieser Übung eine Rolle? Begründen Sie Ihre Antwort.	2	
g)	Die Schüler von Frau Schultze-Kröttendörfer analysieren einen funktionalen Zusammenhang: "Wenn sich der Weg verdoppelt, verdoppelt sich auch die benötigte Zeit, wenn sich der Weg halbiert, halbiert sich auch die Zeit, wenn sich der Weg verfünffacht, ..." Um was für einen funktionalen Zusammenhang muss es sich entsprechend dieser sprachlichen Darstellung handeln? Warum betont diese Darstellung des funktionalen Zusammenhangs zwischen Weg und Zeit eher den dynamischen Funktionsbegriff?	2	

h)	Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Funktion. Es gelte (*) $\forall a \in \mathbb{R} : f(a \cdot x) = a \cdot f(x)$ Formulieren Sie eine zu (*) analoge Eigenschaft für die Funktion $f_Q(x) = x^2$. (**) $\forall a \in \mathbb{R} : f_Q(a \cdot x) = ...$	1	
i)	Formulieren Sie (**) aus Teilaufgabe h) schülergemäß mit Worten analog zur Sprechweise aus Teilaufgabe g) (Weg-Zeit-Zusammenhang)	2	
j)	Frau Schultze-Kröttendörfer lässt ihre Schüler die Graphen quadratischer Funktionen aus geometrischer Sicht untersuchen. Zu welcher Erkenntnis werden die Schüler kommen?	1	
k)	Vollrath unterscheidet bezüglich funktionalen Denkens drei Aspekte: (1) Zuordnung (2) Kovariation (3) Funktion als Ganzes Ordnen Sie die Tätigkeit der Schüler aus Teilaufgabe j) entsprechend dieser Aspekte ein.	1	

Platz für Ergänzungen

Aufgabe 2: Sachrechnen

Die Heizsaison hat begonnen. Mark erzählt, dass er seinem Vater geholfen hat, das beim Förster gekaufte Holz aus dem Wald zu holen. Stolz berichtet er, dass sie 10 Ster nach Hause gebracht hätten.

Nr.	Aufgabe	Punkte.	
a)	Formulieren Sie zu obigem Sachverhalt eine Sachaufgabe, die vor allem der Funktion *Sachrechnen als Lernstoff* dient. Erläutern Sie in diesem Zusammenhang diese Funktion des Sachrechnens.	4	
b)	Erläutern Sie in welcher Art und Weise die obige Situation hinsichtlich der Funktion *Sachrechnen als Lernprinzip* verwendet werden könnte.	4	
c)	Ein Ster oder auch ein Raummeter ist ein m^3 Holz inklusive der Luftzwischenräume, die beim Stapeln des geschlagenen Holzes entstehen (s. projiziertes Bild). Formulieren Sie eine Fermiaufgabe zum Begriff des Raummeters für Schüler der Klassenstufe 9, in der die dritte Funktion des Sachrechnens zum Tragen kommt. Erläutern Sie, warum und in welcher Art und Weise Ihre Fermiaufgabe dieser dritten Funktion des Sachrechnens gerecht wird.	5	

Aufgabe 3: Modellieren

Ein quadratisches Schwimmbecken soll an drei Seiten eine gepflasterte Umrandung erhalten. Das Schwimmbecken hat eine Seitenlänge von $12m$. Die Umrandung soll durchgehend die gleiche Breite haben. Das Geld reicht für $125m^2$ Pflastersteine. Wie breit wird die Umrandung?

Nr.	Aufgabe	Punkte.	
a)	Skizzieren und erläutern Sie zwei verschiedene Realmodelle zur Lösung dieser Aufgabe.	4	
b)	Entwickeln Sie eine Gleichung (mathematisches Modell) zur Lösung der Aufgabe.	4	
c)	Erläutern Sie die Auswertung und Validierung des mathematischen Modells	4	

Platz für weitere Ausführungen

Auswertung

Punkte	Note
41	1
40	1
39	1
38	1,5
37	1,5
36	1,5
35	2
34	2
33	2
32	2,5
31	2,5
30	2,5
29	3
28	3
27	3
26	3,5
25	3,5
24	3,5
23	4
22	4
21	4
20	4,5
19	4,5
18	4,5
17	4,5
16	4,5
15	5
14	5
13	5
12	5
11	5
10	5,5
9	5,5
8	5,5
7	5,5
6	5,5
5	6
4	6
3	6
2	6
1	6
0	6

erreichte Punkte	Note