10 Übungsaufgaben zum 29. Januar 2021

10.1 absolute Geometrie

Aufgabe 10.1

gleichschenklige Dreiecke
Es sei $\overline{ABC}$ ein gleichschenkliges Dreieck mit den Schenkeln $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$. Beweisen Sie, dass die Winkelhalbierende von $\angle ACB$ auf der Mittelsenkrechten von $\overline{AB}$ liegt.

Aufgabe 10.2

Winkelhalbierendenkriterium, Rückrichtung
Es sei P ein Punkt aus dem Inneren des Winkels α, der zu den Schenkeln von α jeweils denselben Abstand hat. Der Scheitelpunkt von α sei mit S bezeichnet. Beweisen Sie, dass SP^+ die Winkelhalbierende von α ist

a) unter Verwendung des Kongruenzsatzes SsW

b) ohne Verwendung des Kongruenzsatzes SsW.

Aufgabe 10.3

Drachen

Definition 10.1

Drachen
Es sei $\overline{ABCD}$ ein Viereck.
$\overline{ABCD}$ heißt Drachen, wenn $\overline{AD} \cong \overline{AB} \wedge \overline{CD} \cong CB$ gilt.

a) Beweisen Sie, dass in jedem Drachen eine Diagonale die andere halbiert.

b) Warum ist die Eigenschaft aus Teilaufgabe a) kein Drachenkriterium?

Aufgabe 10.4

SSS
Beweisen Sie Fall (III) im Kontext des Beweises des Kongruenzsatzes SSS.
(Skript „Wichtige Sätze der absoluten Geometrie“, Seite 45)

Aufgabe 10.5

SsW
Sie müssen in einer siebenten Klasse den Kongruenzsatz SsW unterrichten. Wie veranschaulichen Sie Ihren Schülern die Notwendigkeit der Forderung, dass der Winkel der längeren der beiden Seiten gegenüberliegen muss?

10.2 Euklidische Geometrie

Aufgabe 10.6

Transitivität der Parallelenrelation
Es seien a, b, c drei paarweise verschiedene Geraden ein und derselben Ebene. Beweisen Sie:

$$a \| b \wedge b \| c \Rightarrow a \| c$$

Aufgabe 10.7

Innenwinkelsatz für Dreiecke
Vervollständigen Sie den folgenden Beweis für den Innenwinkelsatz.

Es sei $\overline{ABC}$ ein Dreieck mit schulüblichen Bezeichnungen.

Nr.	Beweisschritt	Begründung des Beweisschrittes
(I)	$\exists A^* \in AC, B^- : \angle A^*CA \cong \alpha$	...
(II)	$CA^* \| AB$	...
(III)	$\exists B^* \in BC, A^- : \angle B^*CB \cong \beta$	...
(IV)	$CB^* \| AB$	...
(V)	$CA^* \equiv CB^*$	...
...	...	...

Aufgabe 10.8

Kreistangentenkriterium
Wir setzen im folgenden ebene Geometrie voraus.

Definition 10.2

Kreistangente
Die Gerade t ist Tangente an den Kreis k mit dem Berührungspunkt B, wenn $t \cap k = \{B\}$.

Satz 10.1

Tangentenkriterium
Es seien t ein Gerade und k ein Kreis mit dem Mittelpunkt M.
t ist genau dann Tangente an k im Punkt B, wenn $t \perp MB$.

Beweisen Sie das Tangentenkriterium.

Aufgabe 10.9

Satz des Thales
Es sei $\overline{ABC}$ ein Dreieck mit dem Umkreis k. Beweisen Sie:
Wenn $\overline{AB}$ ein Durchmesser von k ist, dann ist der Winkel $\angle ACB$ ein Rechter.

Aufgabe 10.10

Kreistangenten

Es seien k ein Kreis und P ein Punkt außerhalb von k. Geben Sie eine Konstruktionsvorschrift für die beiden Tangenten an k durch P an und beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Vorschrift.