

## 8 Übungsaufgaben zum 15. Januar 2021

### 8.1 Aufgaben, zu deren Lösung nur die Mittel der neuen Theorie zugelassen sind

#### Aufgabe 8.1

gleichschenklige Dreiecke

Ergänzen Sie die folgende Definition:

##### **Definition 8.1**

(gleichschenkliges Dreieck)

Es sei  $\overline{ABC}$  ein Dreieck.

$\overline{ABC}$  ist gleichschenkelig  $:\Leftrightarrow$

...

- ... heißen Schenkel des gleichschenkligen Dreiecks  $\overline{ABC}$ .
- ... heißt Basis des gleichschenkligen Dreiecks  $\overline{ABC}$ .
- ... heißen Basiswinkel des gleichschenkligen Dreiecks  $\overline{ABC}$ .

#### Aufgabe 8.2

Basiswinkelsatz

Es sei  $\overline{ABC}$  ein Dreieck mit  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ .  $CM^+$  mit  $M \in \overline{AB}$  sei die Winkelhalbierende von  $\angle ACB$ . Beweisen Sie:

$$\angle BAC \cong \angle ABC$$

#### Aufgabe 8.3

schwacher Außenwinkelsatz

Es sei  $\overline{ABC}$  ein Dreieck mit folgenden Bezeichnungen:

$$c := \overline{AB}, a := \overline{BC}, b := \overline{AC}, \alpha := \angle CAB, \beta := \angle CBA, \gamma := \angle ACB$$

Unter  $\beta'$  verstehen wir den folgenden Winkel:  $\beta' := \angle BC^-, BA^+$ .

Begründen Sie die Korrektheit der folgenden Aussagen:

| Nr. | Aussage                                                           | Begründung |
|-----|-------------------------------------------------------------------|------------|
| (1) | $\exists M \in \overline{AB} : \overline{AM} \cong \overline{MB}$ | ...        |
| (2) | $\exists P \in MC^- : \overline{MC} \cong \overline{MP}$          | ...        |
| (3) | $\angle AMC \cong \angle BMP$                                     | ...        |
| (4) | $\overline{AMC} \cong \overline{MBP}$                             | ...        |
| (5) | $\alpha \cong \angle ABP$                                         | ...        |

**Aufgabe 8.4**Fortsetzung von 8.3

Die folgenden Bezeichnungen beziehen sich auf Aufgabe 8.3.

Beweisen Sie:

$$P \in I(\beta')$$

**Aufgabe 8.5**Korollar aus dem schwachen Außenwinkelsatz**Satz 8.1**Schwacher Außenwinkelsatz

Jeder Außenwinkel eines Dreiecks ist größer als jeder nicht anliegende Innenwinkel dieses Dreiecks.

Satz 8.1 sei bewiesen. Beweisen Sie das folgende Korollar:

**Satz 8.2**Korollar aus dem schwachen Außenwinkelsatz

Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann ist der rechte Winkel der größte seiner Innenwinkel.

**Aufgabe 8.6**Mittelsenkrechtenkriterium

Es sei  $m$  die Mittelsenkrechte von  $\overline{AB}$ . Man beweise:

$$P \in m \Leftrightarrow \overline{PA} \cong \overline{PB}$$

Hinweis: Sie dürfen den Basiswinkelsatz benutzen, allerdings nicht den Kongruenzsatz SSS.

**Aufgabe 8.7**Kreistangenten

Die Aufgabe bezieht sich auf eine Geometrie in ein und derselben Ebene.

Es sei  $k$  ein Kreis mit dem Mittelpunkt  $M$ .  $B$  sei ein Punkt von  $k$  und  $t$  eine Gerade, die durch  $B$  geht. Beweisen Sie:

$$t \perp MB \Rightarrow \nexists A : A \in k \wedge A \in t$$

## 8.2 Aufgaben, zu deren Lösung Ihr Schulwissen zugelassen ist

### Aufgabe 8.8

#### Peripheriewinkelsatz

Es sei  $k$  ein Kreis mit dem Mittelpunkt  $M$ ,  $A, B, S_1, S_2$  seien paarweise verschiedene Punkte auf  $k$ . Beweisen Sie:

$$\angle AS_1B \cong \angle AS_2B$$

Hinweis: Sie dürfen den Satz über die gegenüberliegenden Winkel im Sehnenviereck verwenden.

### Aufgabe 8.9

#### Koordinatenbillard

Wir denken uns Billardkugeln als Punktmassen. Die Weiße Kugel  $W$  habe die Koordinaten  $(5, 4)$ , Eightball  $S$  die Koordinaten  $(-2, 1)$ .  $W$  soll so gestoßen werden, dass nach Berührung der Bande  $y = 0$  Eightball getroffen wird. Berechnen Sie die Koordinaten des Bandenauffreffpunktes.