

Aufgabe 6.3

Beweisen Sie: Jede Strecke hat höchstens einen Mittelpunkt.

Da die Existenz eines Mittelpunktes M bzgl. einer Strecke \overline{AB} bereits bewiesen ist, reicht es zu zeigen, dass er Eindeutig ist („höchstens ein Mittelpunkt“)

Annahme: Es existiert ein weiterer Mittelpunkt auf \overline{AB} - Punkt S: S ist Mittelpunkt von \overline{AB} und $S \neq M$

Wissen: Für den Mittelpunkt gilt: $|AS| = |SB|$ und $S \in \overline{AB}$

Wissen ferner: $|AM| = |MB| = |AB|/2$

Nummer	Beweisschritt	Begründung
1)	$ AB = AS + SB $	Definition Strecke, Definition Zwischenrelation und Voraussetzung
2)	$ AB = AS + AS = 2 AS $	(1), Voraussetzung
3)	$ AS = AB /2$	(2), Rechnen in \mathbb{R}
4)	Nach Axiom vom Lineal gibt es allerdings nur einen Punkt auf \overline{AB} mit dem Abstand $ AB /2$ zu A. Widerspruch zur Annahme, dass $M \neq S$ ist – Annahme ist zu verwerfen.	(3), Voraussetzung, Axiom vom Lineal