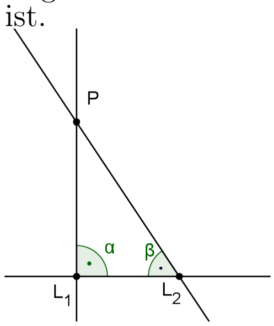
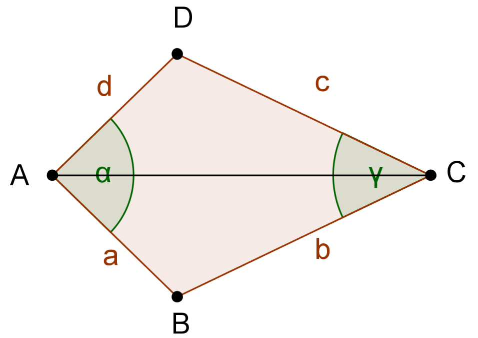
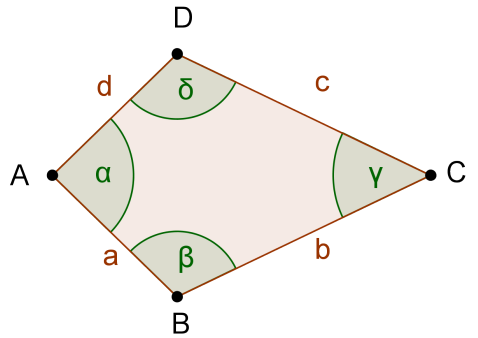
Aufgabe 1: Definieren

Nr.	Aufgabe	Punkte.	
a)	Definieren Sie den Begriff *Kreis*.	2	
b)	Jeder Kreis hat unendlich viele Durchmesser. Definieren Sie den Begriff *Durchmesser* eines Kreises k mit Mittelpunkt M.	2	
c)	Es sei k ein Kreis mit dem Mittelpunkt M. Ⓡ $:= \{\overline{PM} \mid P \in k\}$. Erläutern Sie die Menge Ⓡ.	2	
d)	Ergänzen Sie: Definition: (Viertelkreis) Es sei k ein Kreis mit dem Mittelpunkt M. Ferner seien A und B zwei Punkte von k mit $AM \perp BM$. Die folgende Menge V_k ist ein Viertelkreis: $V_k := \{P \mid P \in k \wedge ...$ $\}$.	2	
e)	Ebene Geometrie: Zwei Kreise sollen genau dann in der *Relation* „$\odot$“ zueinander stehen, wenn sie *gemeinsame Punkte* haben. In der folgenden Definition dieser Relation darf die Idee, gemeinsame Punkte zu haben, **nicht** verwendet werden. Ergänzen Sie: Es seien k_1 und k_2 zwei Kreise mit den Mittelpunkten M_1 und M_2 und den Radien r_1 bzw. r_2. $k_1 \odot k_2 :\Leftrightarrow ...$	3	
f)	Definieren Sie den Begriff *gleichschenkliges Trapez* unter Verwendung des Begriffes Kreis.	2	
g)	Es sei $\overline{ABC}$ ein Dreieck mit den Seitenmittelpunkten M_a, M_b, M_c. Die Schwerelinien des Dreiecks $\overline{ABC}$ sind die Geraden AM_a, BM_b und CM_c. Welche Begriffsbezeichnung verwendet man in der Schule anstelle von Schwerelinie?	1	
h)	Mark versucht, den Begriff *Sehnendreieck* zu definieren. Kommentieren Sie Marks Unterfangen.	2	

Aufgabe 2: Argumentieren, Begründen

Nr.	Aufgabe	Punkte.	
a)	Begründen Sie mit einem einzigen Stichwort, warum die folgende Aussage keine wahre Aussage ist: *Zwei Geraden sind genau dann parallel, wenn sie keinen Punkt gemeinsam haben.*	1	
b)	Unter der Menge aller Punkte wollen wir den $\mathbb{R}^2$ verstehen. Ein Punkt P ist damit ein geordnetes Paar reeller Zahlen (x_p, y_p). Den Abstand zweier Punkte $A\,(x_a, y_a)$ und $B\,(x_b, y_b)$ definiert man als $\|AB\| := \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$. Begründen Sie $\operatorname{Zw}(P, Q, R)$ für $P(1,1), Q(2,2), R(3,3)$ wenn unsere übliche Definition für die Zwischenrelation angewendet wird.	4	
c)	Gegeben sei ein Dreieck $\overline{ABC}$ mit den schulüblichen Bezeichnungen. Der Punkt M_a sei der Mittelpunkt der Seite a. Welches Axiom brauchen Sie für eine Begründung, dass $\|\alpha\| = \|\angle BAM_a\| + \|\angle M_aAC\|$ gilt?	1	
d)	Begründen Sie nur mit Mitteln der absoluten Geometrie, dass Abb. 1 nicht korrekt ist.  Abb. 1	2	
e)	Begründen Sie mit Mitteln, die Ihnen nicht in der absoluten Geometrie zur Verfügung stehen, dass Abbildung 1 nicht korrekt ist.	2	
f)	Es sei $\overline{ABC}$ ein Dreieck mit $\overline{AB} \not\cong \overline{BC} \not\cong \overline{CA} \not\cong \overline{AB}$. m_c sei die Mittelsenkrechte von $\overline{AB}$. Begründen Sie stichwortartig in genau zwei Schritten, dass entweder $m_c \cap \overline{BC} \setminus \{A, B\} \neq \emptyset$ oder $m_c \cap \overline{AC} \setminus \{A, C\} \neq \emptyset$. (1) (2)	4	

Aufgabe 3: Kriterien

Nr.	Aufgabe	Punkte.	
a)	Ein *Tangentenviereck* ist genau das, was der Name vermuten lässt. Definieren Sie den Begriff *Tangentenviereck*.	2	
b)	**Definition D**: Ein *Drachen* ist ein Viereck mit zwei Paaren jeweils zueinander kongruenter benachbarter Seiten. Vereinbarung: Im Folgenden verwenden wir schulübliche Bezeichnungen für die Innenwinkel eines Vierecks. **Satz W1**: Wenn $\overline{ABCD}$ ein konvexer Drachen mit $\overline{AB} \cong \overline{AD}$ ist, dann sind die Strahlen AC^+ und CA^+ die Winkelhalbierenden von α bzw γ Beweisen Sie Satz W1. (Hinweis: beziehen Sie sich hier und in Teilaufgabe c) auf die Skizzen.) *Voraussetzung:* *Behauptung:*  Abb. 2	7	
c)	**Satz W2**: Wenn $\overline{ABCD}$ ein konvexer Drachen mit $\overline{AB} \cong \overline{AD}$ ist, dann haben die Winkelhalbierenden von $\overline{ABCD}$ einen Punkt M gemeinsam. Beweisen Sie Satz W2. (Dass sich je zwei Winkelhalbierende schneiden, brauchen sie nicht zu zeigen.)  Abb. 3	11	
d)	Konvexe Drachen sind also Tangentenvierecke. Für jeden Drachen gilt: (*) Die Summe der Längen der gegenüberliegenden Seiten ist gleich. Skizzieren Sie ein Gegenbeispiel, welches zeigt, dass (*) kein Tangentenviereckskriterium sein kann.	2	

Aufgabe 4: Beweisen wie die Schüler

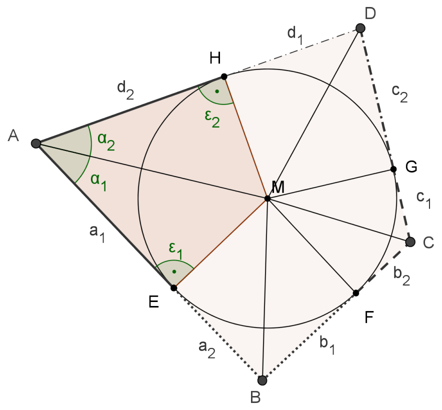


Abb. 4

a) *Es sei $\overline{ABCD}$ ein Tangentenviereck entsprechend Abb. 4. Die Punkte E, F, G, H seien die Berührungspunkte der Tangenten an den Inkreis. Beweise, dass $|AB| + |CD| = |BC| + |DA|$ gilt.*
Ergänzen Sie das folgende Beweisfragment:

Nr.	Beweisschritt	Begründung	Punkte	
(I)	$\overline{EM} \cong \overline{HM}$	...	1	
(II)	$\|\varepsilon_1\| = \|\varepsilon_2\| = 90°$	...	1	
(III)	AM^+ ist Winkelhalbierende von $\angle DAB$	...	1	
(IV)	$\alpha_1 \cong \alpha_2$	...	1	
(V)	$\overline{AM} \cong \overline{AM}$	...	1	
(VI)	$\|AM\| > \|EM\|$, $\|AM\| > \|HM\|$	...	1	
(VII)	$\overline{AEM} \cong \overline{AHM}$	...	1	
(VIII)	$a_1 \cong d_2$	...	1	
(IX)	$a_2 \cong b_1 \wedge b_2 \cong c_1 \wedge c_2 \cong d_1$	analog	0	
(X)	$\|AB\| + \|CD\| =$ $a_1 + a_2 + c_1 + c_2 =$ ... $\|BC\| + \|DA\| =$	...	2	

b) Formulieren Sie den unter a) bewiesenen Satz in allgemeinerer Form:

Wenn ein Viereck ein Tangentenviereck ist, dann ...	1	

Platz für weitere Ausführungen

Auswertung

Punkte	Note		Punkte	Note
63	1		31	4,5
62	1		30	4,5
61	1		29	4,5
60	1		28	4,5
59	1		27	4,5
58	1,5		26	4,5
57	1,5		25	4,5
56	1,5		24	4,5
55	1,5		23	5
54	2		22	5
53	2		21	5
52	2		20	5
51	2		19	5
50	2		18	5
49	2,5		17	5
48	2,5		16	5
47	2,5		15	5,5
46	2,5		14	5,5
45	3		13	5,5
44	3		12	5,5
43	3		11	5,5
42	3		10	5,5
41	3		9	5,5
40	3,5		8	5,5
39	3,5		7	6
38	3,5		6	6
37	3,5		5	6
36	4		4	6
35	4		3	6
34	4		2	6
33	4		1	6
32	4		0	6

erreichte Punkte	Note