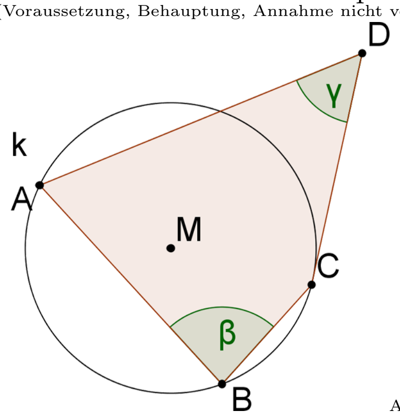
Aufgabe 1: Definieren

Nr.	Aufgabe	Punkte.	
a)	Es seien A und B zwei verschiedene Punkte. Ergänzen Sie $\overline{AB} := \ldots$.	2	
b)	Definieren Sie den Begriff *komplanar* für die Anzahl von Punkten, ab der der Begriff sinnvoll ist.	2	
c)	Definieren Sie den Begriff *Raute* unter Verwendung des Oberbegriffs *Viereck*	2	
d)	Nur unter Verwendung der Eigenschaft E_1 sei der Begriff B korrekt definiert. Es stellt sich heraus, dass B ebenso korrekt über die Eigenschaft E_2 hätte definiert werden können. Was ist E_1 hinsichtlich einer Entscheidung, ob ein Repräsentant R zum Begriff B gehört?	2	
e)	Es sei R ein beliebiger Punkt und $r \in \mathbb{R}, r > 0$ Was ist das? $M := \{P \| RP\| \leq r\}$.	2	
f)	Definieren Sie den Begriff *Rechter Winkel* wie in der Vorlesung.	2	
g)	Ergänzen Sie die folgende Definition: Zwei Geraden a und b sind windschief, wenn …	2	
g)	Definieren Sie den Begriff Tangentialebene einer Kugel.	2	

Aufgabe 2: Argumentieren, Begründen

Nr.	Aufgabe	Punkte.	
a)	Begründen Sie kurz und knapp, warum im gleichseitigen Dreieck alle Winkel zueinander kongruent sind.	2	
b)	Welcher Satz ist unabdingbar für den Beweis der Eindeutigkeit des Lotes von einem Punkt auf eine Gerade im Rahmen der absoluten Geometrie?	1	
c)	Bezüglich eines kartesischen Koordinatensystems mit dem Ursprung O sei ein Einheitskreis k in Mittelpunktslage gegeben. Ferner seien $P \in k$ und $\overline{PL}$ das Lot von P auf die x-Achse. Beweisen Sie unter Bezug auf eine Skizze in der Euklidischen Geometrie: Wenn $\|\angle LOP\| = 45°$ dann ist $\overline{OPL}$ gleichschenklig.	3	
d)	Es sei $\overline{ABC}$ ein Dreieck mit den schulüblichen Bezeichnungen. Es sei bereits gezeigt: $\|a\| > \|b\| \Rightarrow \|\alpha\| > \|\beta\|$. Beweisen Sie in der absoluten Geometrie: $\|\alpha\| > \|\beta\| \Rightarrow \|a\| > \|b\|$.	2	
e)	Es gelte: $\|AB\| = \frac{1}{3}, \|BC\| = \frac{1}{4}, \|AC\| = 0,9$. Existiert $\overline{ABC}$? Begründen Sie Ihre Antwort.	2	

Aufgabe 3: Kriterien

Nr.	Aufgabe	Punkte.	
a)		2	
b)	Unter Satz (I) wollen wir den Satz über die gegenüberliegenden Winkel im Sehnenviereck verstehen. Formulieren Sie diesen in der Wenn-Dann-Form.	2	
c)	Satz (II) sei die Umkehrung von Satz (I). Formulieren Sie Satz (II).	2	
d)	Satz (I) sei bewiesen. Der Beweis von Satz (II) steht aus. Führen Sie den Beweis für eine Konstellation entsprechend der Skizze aus Abb. 01. (Voraussetzung, Behauptung, Annahme nicht vergessen, alles in Bezug auf die Skizze)  Abb. 01	8	
e)	Auch Satz (II) lässt sich vollständig beweisen. Formulieren Sie ein Sehnenviereckskriterium.	2	

Aufgabe 4: Beweisen wie die Schüler

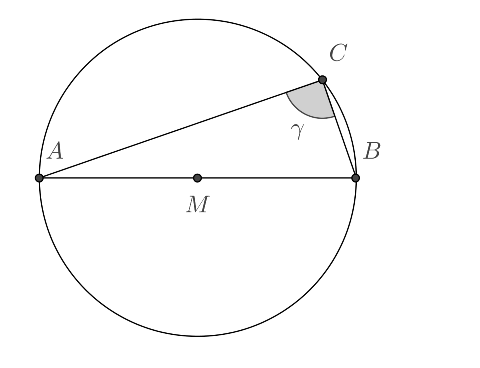


Abbildung 02

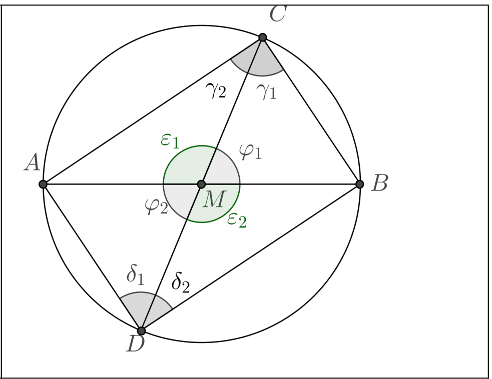


Abbildung 03

a) *Es sei k ein Kreis mit dem Mittelpunkt M, auf k seien drei nichtkollineare Punkte A, B, C gegeben. Voraussetzung 1: $M \in \overline{AB}$, Voraussetzung 2: $A, B, C \in k$, Behauptung $|\gamma| = |\angle ACB| = 90°$*
Für den folgenden Beweis beziehen wir uns auf Abb. 03. Hier wurde der Durchmesser $\overline{CD}$ eingezeichnet und zum Viereck $\overline{ACBD}$ ergänzt. Die Korrektheit dieser Konstruktion muss nicht begründet werden. Ergänzen Sie das folgende Beweisfragment:

Nr.	Beweisschritt	Begründung	Punkte	
(I)	$\overline{MC} \cong \overline{MA} \cong \overline{MD} \cong \overline{MB}$	...	1	
(II)	$\lvert\gamma_1\rvert + \lvert\gamma_2\rvert + \lvert\delta_1\rvert + \lvert\delta_2\rvert = 180°$	...	1	
(III)	$\varphi_1 \cong \varphi_2 \wedge \varepsilon_1 \cong \varepsilon_2$	...	1	
(IV)	$\overline{AMC} \cong \overline{BMD} \wedge \overline{BMC} \cong \overline{AMD}$	...	3	
(V)	$\delta_1 \cong \gamma_1 \wedge \delta_2 \cong \gamma_2$	...	2	
(VI)	$\lvert\gamma_1\rvert + \lvert\gamma_2\rvert + \lvert\gamma_1\rvert + \lvert\gamma_2\rvert = 180°$	...	2	
(VII)	$2 \cdot (\lvert\gamma_1\rvert + \lvert\gamma_2\rvert) = 180°$	...	1	
(VIII)	$\lvert\gamma_1\rvert + \lvert\gamma_2\rvert = \lvert\gamma\rvert = 90°$	...	1	

b) Formulieren Sie den unter a) bewiesenen Satz in allgemeinerer Form unter Verwendung der Begriffe Dreieck und Umkreis in der Form Wenn-Dann

Wenn	3	

Auswertung

Punkte	Note	Punkte	Note
57	1	28	4,5
56	1	27	4,5
55	1	26	4,5
54	1	25	4,5
53	1,5	24	4,5
52	1,5	23	4,5
51	1,5	22	4,5
50	1,5	21	5
49	2	20	5
48	2	19	5
47	2	18	5
46	2	17	5
45	2,5	16	5
44	2,5	15	5
43	2,5	14	5,5
42	2,5	13	5,5
41	3	12	5,5
40	3	11	5,5
39	3	10	5,5
38	3	9	5,5
37	3	8	5,5
36	3,5	7	6
35	3,5	6	6
34	3,5	5	6
33	3,5	4	6
32	4	3	6
31	4	2	6
30	4	1	6
29	4	0	6

erreichte Punkte	Note