Einführung in die Geometrie: Übungsserie 4

(Aufgaben zur Vorbereitung auf die Übungen in der Woche vom 10.05.-14.05.10)

Aufgabe 1:
Wir gehen von folgender Implikation aus: Wenn zwei Geraden g und h nicht identisch sind, dann haben sie höchstens einen Punkt gemeinsam.
a) Wie lautet die Kontraposition dieser Implikation?
b) Wie lautet die Annahme, wenn Sie diese Implikation durch einen Widerspruch beweisen möchten?

Aufgabe 2:
Wir gehen von folgender Implikation aus: Wenn zwei Winkel Nebenwinkel sind, so sind sie supplementär.
a) Wie lautet die Kontraposition dieser Implikation?
b) Wie lautet die Annahme, wenn Sie diese Implikation durch einen Widerspruch beweisen möchten?

Aufgabe 3:
Das Parallelenaxiom lautet wie folgt:
Zu jeder Geraden g und zu jedem nicht auf g liegenden Punkt A gibt es *höchstens* eine Gerade, die durch A verläuft und zu g parallel ist.
Nutzen Sie dieses Axiom, beim Lösen der folgenden Aufgabe:

Es seien a, b und c drei paarweise verschiedene Geraden in ein und derselben Ebene.
a) Beweisen Sie folgende Implikation durch einen Widerspruchsbeweis: $a \parallel b \wedge b \parallel c \Rightarrow a \parallel c$.
b) Welche Eigenschaft der Relation $\parallel$ auf der Menge aller Geraden einer Ebene haben Sie hiermit gezeigt?

Aufgabe 4:
Untersuchen Sie folgende Relation S auf ihre Eigenschaften:
$gSh :\Leftrightarrow g \cap h \neq \{\}$

Aufgabe 5:
In der Schule sprechen wir davon, dass wir Dreiecke

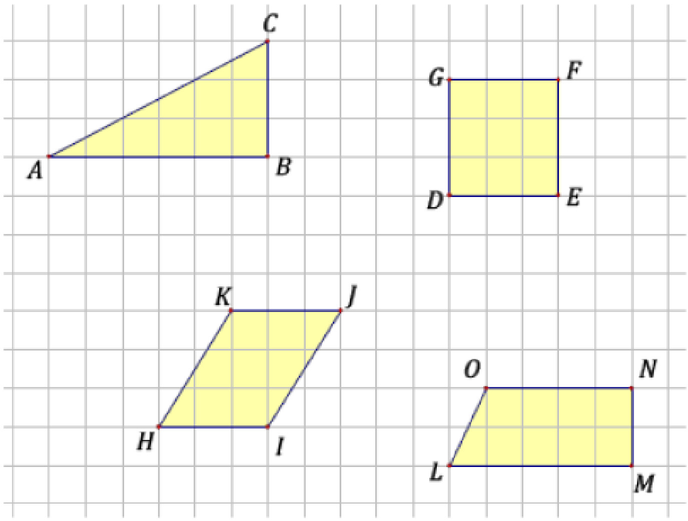
a) hinsichtlich der Seitenlängen oder
b) hinsichtlich der Winkelgrößen klassifizieren.

In welchen der beiden Fälle handelt es sich um eine wirkliche Klasseneinteilung? Argumentieren Sie mit Hilfe eines Venn-Diagramms.

Aufgabe 6:
Gegeben sei eine Gerade g und ein Punkt P auf g. Durch diesen Punkt P wird die Gerade g in zwei Halbgeraden geteilt.

a) Warum ist diese Einteilung von g in die zwei Halbgeraden bezüglich P keine Klasseneinteilung auf der Menge der Punkte von g?
b) Geben Sie zwei Klasseneinteilungen auf der Menge der Punkte von g an, die den Punkt P und die auf g durch P bestimmten Halbgeraden in modifizierter Form verwenden.

Aufgabe 7: Es sei $\mathcal{F}$ die Menge der Figuren der Ebene. Auf F sei eine Äquivalenzrelation ◊ definiert. ◊ möge $\mathcal{F}$ derart in Klassen einteilen, dass die folgenden Figuren in ein und derselben Klasse liegen:



Geben Sie eine Interpretation der Relation ◊ an.