4 Übungsaufgaben zum 04. Dezember 2020

4.1 Aufgaben, zu deren Lösung nur die Mittel der neuen Theorie zugelassen sind

Hinweis: Zur Aufgabenlösung sollten Sie das Skript

`http://geometrie.zum.de/wiki/InzidenzaxiomePDF`

gelesen haben. Dort finden Sie auch die Axiome der räumlichen Inzidenzgeometrie.

Aufgabe 4.1

Parallelität
Definieren Sie:

a) *Zwei Geraden sind parallel zueinander.*

b) *Zwei Ebenen sind parallel zueinander.*

c) *Eine Gerade ist parallel zu einer Ebene.*

Aufgabe 4.2

Komplanarität
In der Vorlesung wurde der Begriff der Kollinearität definiert. Der Begriff der Komplanarität ist analog in Bezug auf gewisse Punkte und Ebenen zu beziehen. Definieren Sie den Begriff der Komplanarität. Ab wie vielen Punkten ist dieser Begriff sinnvoll?

Aufgabe 4.3

Schnitt zweier Ebenen
Beweisen Sie:

Wenn zwei verschiedene Ebenen eine Punkt gemeinsam haben. Dann haben sie genau eine Gerade gemeinsam.
Hinweis: Es sind zwei Beweise zu führen.

Aufgabe 4.4

nkoll bedingt paarweise Verschiedenheit
Es seien A, B, C drei Punkte. Beweisen Sie:

$$\text{nkoll}(A, B, C) \Rightarrow A \not\equiv B \not\equiv C \not\equiv A$$

Aufgabe 4.5

Noch mal der erste Satz unserer neuen Theorie

Der erste Satz unserer neuen Theorie lautet:

Satz 4.1

Es seien g und h zwei verschiedene Geraden und P ein Punkt.

$$P \in g \wedge P \in h \Rightarrow \neg \exists S : S \not\equiv P \wedge S \in g \cap h$$

Bilden Sie die Kontraposition von Satz 4.1 und beweisen Sie diese.

4.2 Aufgaben, zu deren Lösung Ihr Schulwissen zugelassen ist

Aufgabe 4.6

Geraden in der analytischen Geometrie

Im $\mathbb{R}^2$ kann man den Begriff einer Geraden g wie folgt definieren:

$$g := \{(x, y) | ax + by + c = 0, (x, y) \in \mathbb{R}^2, a, b, c \in \mathbb{R}, a^2 + b^2 \neq 0\}$$

Beweisen Sie: Für derartig definierte Geraden gilt Satz 4.1.

Aufgabe 4.7

Drei Kreise

Beweisen Sie: Wenn der Schnitt dreier paarweise verschiedener Kreise aus genau zwei Punkten besteht, dann sind ihre Mittelpunkte kollinear.